Иерархический подход к применению генетического алгоритма в задачах численной оптимизации

С.А.К. Диане

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия

Аннотация **– Предложен способ метаэвристической оптимизации настроек генетического алгоритма за счет выбора его метапараметров при помощи дополнительного генетического алгоритма, внешнего по отношению к основному. Исследован вопрос повышения сходимости генетического алгоритма на типовом примере дискретной оптимизации: One Max Problem 16 бит. Экспериментально показано, что преднастройка существенно повышает скорость поиска решения тестовой задачи. Обсуждаются перспективы дальнейшего развития и применения предложенного подхода.**

Ключевые слова **– генетический алгоритм, метаэвристическая оптимизация, иерархические вычисления, многоуровневое программирование.**

ВВЕДЕНИЕ

Начиная с середины XX века методы эволюционного программирования, и, в частности, генетические алгоритмы (ГА), зарекомендовали себя как удобное, надежное и достаточно эффективное с вычислительной точки зрения средство решения задач численной оптимизации, в том числе задач поиска экстремумов многомерных функций [1, 2].

Неполный список прикладных применений данной группы методов включает: поиск маршрутов перемещения подвижных объектов и синтез систем управления автономными мобильными роботами [3], формирование расписаний в системах массового обслуживания, синтез мультимедийной звуковой и визуальной информации, символьную регрессию аналитических зависимостей [4].

Основные сложности применения ГА заключаются, с одной стороны, в необходимости корректной формализации процесса поиска решения – выбора схем кодирования элементов решения в виде генов, а с другой – в формировании функционала пригодности, который адекватно оценивал бы практическую применимость потенциальных решений. Кроме того, требуется тонкая настройка метапараметров, отвечающих за число особей в популяции (N_p,), число элементарных мутаций (N_m), процент особей, выживающих при отборе, (K_s) и др.

Решением могут служить метаэвристические алгоритмы в их классической парадигме применения [5], но они требуют существенного участия эксперта на этапе выделения частных случаев и приближений.

Для преодоления обозначенной проблемы предлагается реализовать схему многоуровневого эволюционного программирования (МЭП), где верхний уровень будет отвечать за выбор метапараметров, а нижний – за непосредственный поиск решений прикладной задачи. Причем потенциально реализуемы последовательная и параллельная версии такого подхода. В данном исследовании основное внимание уделяется последовательной работе уровней.

I. ПРЕДЛАГАЕМЫЙ ПОДХОД И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Предлагаемый принцип МЭП, нацеленный на иерархическое применение генетического алгоритма, отражен в блок-схеме, представленной на Рис. 1.

На нижнем уровне (ГА 1) производится непосредственно генерирование и отбор решений целевой задачи численной оптимизации. На верхнем же уровне (ГА 2) проводится преднастройка основной поисковой процедуры, а именно – выбираются метапараметры N_p, N_m, K_s. Причем соблюдается терминологическая эквивалентность: параметры, выбираемые на верхнем уровне, являются метапараметрами для нижестоящего уровня.

Следует ожидать, что алгоритм нижнего уровня после преднастройки покажет лучшую сходимость, нежели при первоначальном запуске со случайно выбранными метапараметрами.

Входом алгоритма является начальное приближение решения для рассматриваемой прикладной задачи, а также пользовательский функционал оценивания пригодности. Выходом двухуровневого алгоритма являются оптимизированные параметры, кодирующие решение целевой прикладной задачи.

Исследуем подробнее схему кодирования решений и функционалы оценивания для двух уровней предлагаемого метода МЭП.

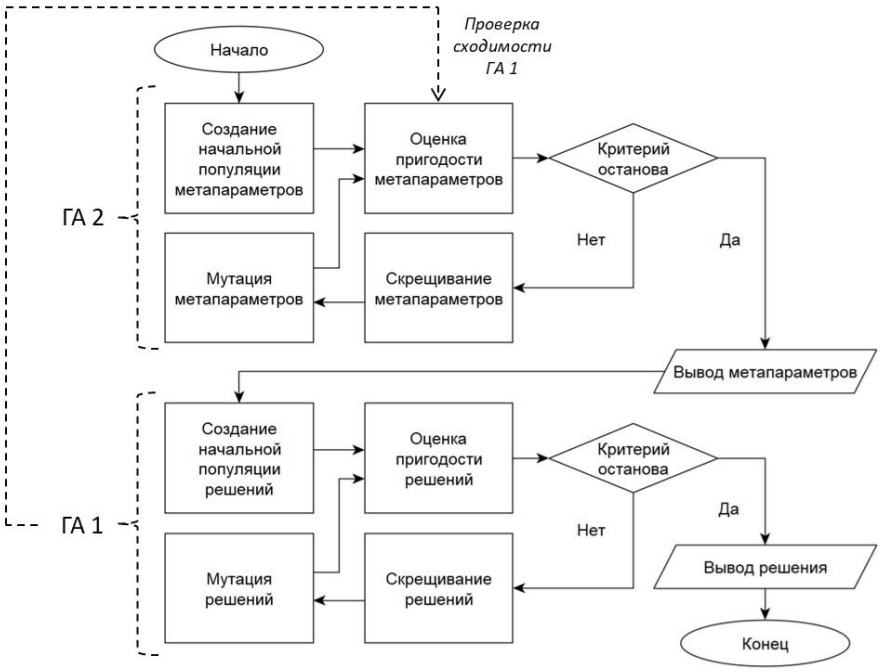

Рис. 1. Архитектура двухуровневого генетического алгоритма

II. РЕАЛИЗАЦИЯ ДВУХУРОВНЕВОГО ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА

В качестве модельной проблемы рассматривалась широко известная задача «One Max Problem» («All Ones Problem») [6], где итеративно отыскивается число с двоичным представлением, состоящим из единиц.

Несмотря на то, что данная задача имеет тривиальное аналитическое решение, метод эволюционного программирования справляется с ней лишь за некоторое число шагов – тем меньшее, чем аккуратнее подобраны метапараметры поиска.

Генотип особей ГА 1, нацеленного на непосредственное решение указанной тестовой задачи, описывался в виде набора битов искомого числа:

$$C_1 = \{b_1, \ldots, b_{16}\},$$

имеющего длину L_1=16.

В свою очередь формат особей ГА 2 описывался в виде набора метапараметров, упомянутых в разделе 1:

$$P_2 = \{N_p, N_m, K_s\}.$$

При этом двоичное представление формировалось из метапредставления P_2 в виде набора битов:

$$C_2 = \{\{b_1, \ldots, b_8\}, \{b_1, \ldots, b_8\}, \{b_1, \ldots, b_8\}\} = \{b_1, \ldots, b_{24}\},$$

имеющего длину L_2=24.

Для его формирования применялось линейное отображение восьмиразрядных дискретных кодов (генотипов) метапараметров в заданные экспертом диапазоны допустимых значений согласно Табл. I.

ТАБЛИЦА I
ОТОБРАЖЕНИЕ ВОСЬМИБИТНЫХ МЕТАПАРАМЕТРОВ В ВЕЩЕСТВЕННЫЕ ЧИСЛА

Метапараметр	Мин. значение	Макс. значение
N_p	3	30
N_m	1	5
K_s	0,1	0,5

В Табл. II описаны основные характеристики ГА 1 и ГА 2. Следует отметить, что значительное сходство особенностей двух этапов эволюционного поиска свидетельствует о масштабируемости предлагаемого подхода и потенциальной возможности добавления последующих уровней для метаэвристической эволюционной оптимизации: ГА 3, …, ГА N, где $N \in \mathbb{N}$.

Функция пригодности ГА 1 имеет вид суммы битов решения C_1:

$$F_1(C_1) = \sum_{i=1}^{L_1} b_i. \quad (1)$$

Функция пригодности ГА 2 для оценки решения C_2 обратно пропорциональна длительности поиска подходящего решения C_1 и задается формулой:

$$F_2(C_2) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} \frac{\varphi_i(F_1)}{L_1 N_{iter}(G_1, C_2)}, \quad (2)$$

где M=3 – число сэмплирований стохастической оценки пригодности, $\varphi_i(F_1)$ – экспериментальное наблюдение пригодности особи ГА 1, L_1 – нормализующая величина для $\varphi_i(F_1)$, G_1 – экземпляр

ТАБЛИЦА II
СВОЙСТВА ЭТАПОВ ДВУХУРОВНЕВОГО ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА

Особенность	ГА 1	ГА 2
Размерность решения	16 бит	24 бит
Инициализация популяции	Формирование набора из N_p случайных бинарных векторов	Формирование 10 случайных наборов метапараметров
Оценка особи	Число единиц в бинарном представлении особи	Величина, обратная числу итераций в прогоне ГА 1 с испытываемыми метапараметрами
Отбор особей	Линейная ранговая селекция наилучших решений с сохранением K_s особей без элитизма	Линейная ранговая селекция наилучших решений с сохранением 20% особей без элитизма
Скрещивание особей	Одноточечное со случайным индексом кроссинговера	Одноточечное со случайным индексом кроссинговера
Мутация особи	Инверсия N_m битов в генотипе особи	Инверсия 1 бита в генотипе особи
Критерий останова	Наблюдение 100% единиц в генотипе особи или достижение 50 итераций отбора	Достижение 50 итераций отбора

алгоритмической сущности, хранящей параметры и состояние популяции ГА 1, N_{iter} – число итераций до достижения максимальной пригодности $\varphi_i(F_1)$, не превышающее эмпирический лимит $N_{iter}^{\max} = 50$.

III. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Экспериментальные исследования проводились с использованием языка программирования Python, библиотек numpy и matplotlib.

Методика экспериментальной верификации метода МЭП представлена на Рис. 2. и включает запуск ГА 1 с априорно выбранными случайными метапараметрами (эксперимент *A*); подбор метапараметров при помощи ГА 2; перезапуск ГА 1 с оптимизированными метапараметрами (эксперимент *B*).

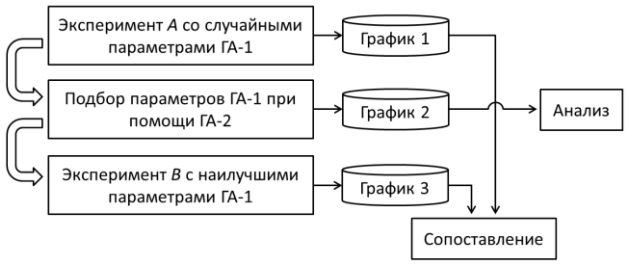

Рис. 2. Схема проведения экспериментов

Во всех экспериментах оценивалась зависимость пригодности особей $F \in \{F_1, F_2\}$ от итерации эволюционного отбора *T*.

На Рис. 3 представлен результат запуска ГА 1 на поиск вектора из единиц с метапараметрами:

$$P_{1,\,default} = \{10;\ 1;\ 0{,}2\}_{10},$$
$$C_{1,\text{default}} = \{0;\ 1;\ 0;\ 0;\ 0;\ 0;\ 1;\ 0;\ 0;\ 0;\ 0;\ 0;\ 0;\ 0;\ 0;\ 0;\ 0;\ 1;\ 0;\ 0;\ 0;\ 0;\ 0;\ 0\}_2.$$

Следует отметить, что в общем случае для графиков данного типа допускаются не только участки роста, но и участки падения пригодности, ввиду отсутствия элитизма при репопуляции векторов решений.

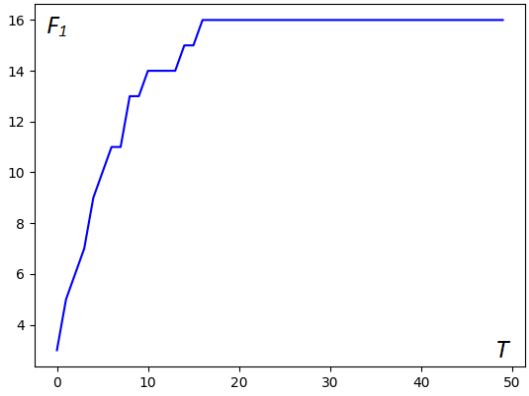

Рис. 3. Частный график роста пригодности особей ГА 1

На Рис. 4 представлен результат запуска ГА 2 на поиск вектора метапараметров (для нижестоящего алгоритма ГА 1) с собственными параметрами:

$$P_{2,\,default} = \{10;\ 1;\ 0{,}2\}_{10},$$
$$C_{2,\text{default}} = \{0;\ 1;\ 0;\ 0;\ 0;\ 0;\ 1;\ 0;\ 0;\ 0;\ 0;\ 0;\ 0;\ 0;\ 0;\ 0;\ 0;\ 1;\ 0;\ 0;\ 0;\ 0;\ 0;\ 0\}_2.$$

Большой разброс значений графика обусловлен стохастичной природой используемой функции пригодности F_2. В данном случае она зависит от числа M=3 прогонов ГА 1 на тестовой задаче. При увеличении числа сэмплирований дисперсия функции роста пригодности упадет, но вместе с этим повысится и вычислительная сложность алгоритма.

По завершении 50 итераций был найден и декодирован улучшенный генотип метапараметров:

$$C_2 = \{0;\ 0;\ 0;\ 0;\ 0;\ 1;\ 0;\ 1;\ 0;\ 1;\ 0;\ 0;\ 1;\ 0;\ 1;\ 1;\ 1;\ 1;\ 1;\ 0;\ 1;\ 0;\ 0;\ 0\}_2$$
$$P_2 = \{27;\ 2;\ 0{,}108\}_{10}.$$

Применение найденного вектора метапараметров позволило существенно улучшить сходимость ГА 1, как видно из Рис. 5 (в сравнении с рис. 3).

Для повышения достоверности результатов были проведены три эксперимента, аналогичных описанным выше, но с 10 запусками в каждом.

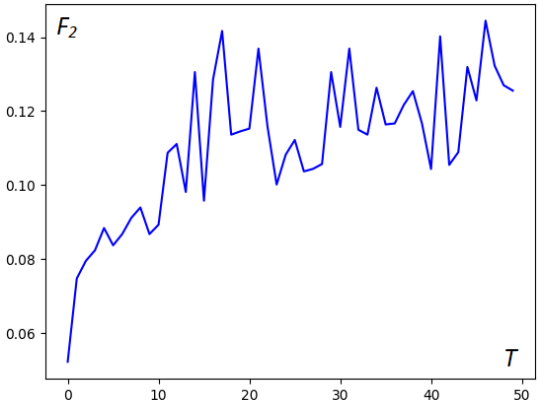

Рис. 4. Частный график роста пригодности особей ГА 2

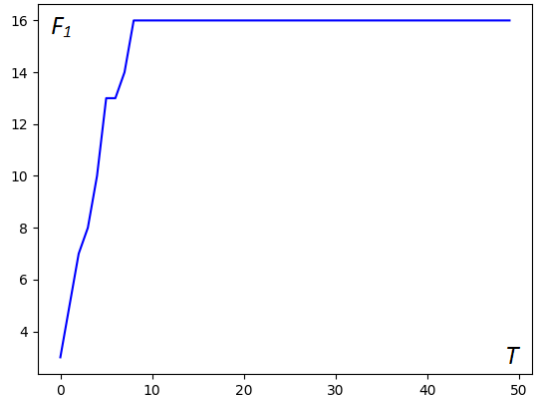

Рис. 5. Частный график роста пригодности особей ГА 1 с преднастройкой от ГА 2

На Рис. 6 представлен усредненный результат запуска ГА 1 с метапараметрами $P_{1,\,default}$. На Рис. 7 представлен результат запуска ГА 2 с параметрами $P_{2,\,default}$ на поиск вектора метапараметров для ГА 1. На Рис. 8 представлен результат запуска ГА 1 с полученной преднастройкой от ГА 2.

Благодаря эффекту усреднения нескольких кривых роста пригодности (Рис. 7), наблюдается положительная динамика поиска метапараметров для ГА 1 с течением итераций ГА 2.

Возвращаясь к графику на Рис. 6, следует отметить его важную особенность: усредняемые кривые в его составе строились для фиксированного набора начальных параметров ГА 1. Тем не менее, присутствует существенный разброс результатов (показан оранжевым цветом). Для оптимизированных же настроек разброс снижен, как видно из Рис. 8. Более того, сокращено время достижения максимального значения F_1.

Углубленный анализ сходимости двухуровневого алгоритма проводился на примере 10 начальных уставок по параметрам ГА 1:

$$P_{1,\,test} \in \{\{5;\,1;\,0{,}2\},\ \{6;\,3;\,0{,}3\},\ \{10;\,1;\,0{,}2\},\ \{11;\,2;\,0{,}3\},\ \{15;\,2;\,0{,}1\},\ \{17;\,3;\,0{,}3\},\ \{20;\,1;\,0{,}2\},\ \{22;\,2;\,0{,}3\},\ \{25;\,2;\,0{,}1\},\ \{28;\,3;\,0{,}3\}\}.$$

Сопоставление фронтов нарастания усредненных функций пригодности ГА 1 до и после оптимизации при помощи ГА 2 показало, что время достижения максимального значения F_1=16 сокращается на 44,6%.

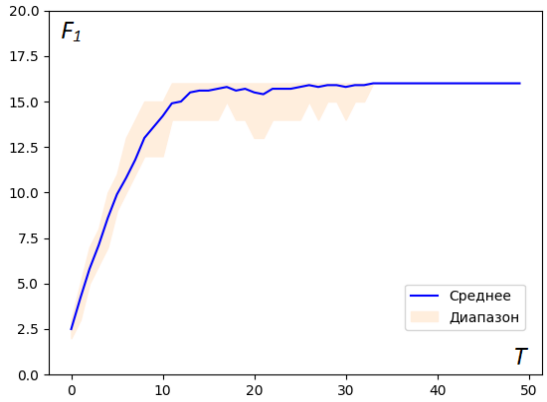

Рис. 6. Усредненный график роста пригодности особей ГА 1

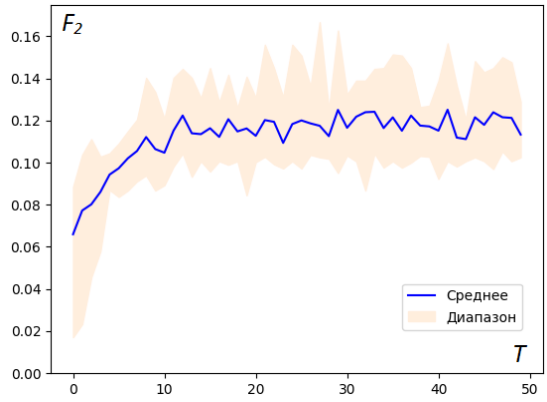

Рис. 7. Усредненный график роста пригодности особей ГА 2

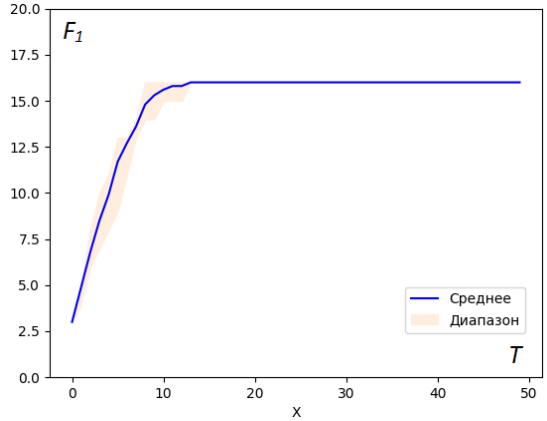

Рис. 8. Усредненный график роста пригодности особей ГА 1 с преднастройкой от ГА 2

ВЫВОДЫ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По результатам проведенного исследования можно с достаточной уверенностью заключить, что предположение о позитивном эффекте иерархической стыковки генетических алгоритмов в рамках метода МЭП подтвердилось. Повысилась сходимость процесса

численной оптимизации на задаче поиска бинарного вектора, состоящего из единиц.

Дальнейшие исследования целесообразно направить на реализацию параллельной работы ГА 1 и ГА 2, а также на увеличение числа уровней метаэвристической оптимизации. Это может дать выигрыш при решении задач высокой размерности. Планируется провести углубленные экспериментальные исследования с вариацией ключевых параметров МЭП и агрегацией статистических показателей эффективности. Также важно уделить внимание оценке вычислительной сложности описанного алгоритма с учетом его стохастичности.

На практике использование принципа МЭП может представлять интерес при решении комбинаторных задач, аппроксимации нелинейных функций базисными элементами; при синтезе систем управления автономными роботами, поиске траекторий движения динамических объектов; при генерации визуальной, звуковой и текстовой информации.

Стоит отметить, что дополнительные применения МЭП могут быть сопряжены с задачами менеджмента и интеграции деятельности организаций [7], а также с интеллектуальной обработкой данных и оптимизацией инфокоммуникаций в технических системах [8].

ЛИТЕРАТУРА

[1] Goldberg D.E., Holland J. H. Genetic algorithms and machine learning // Machine learning. 1988. Vol. 3. No. 2. P. 95–99

[2] Бураков М.В. Генетический алгоритм: теория и практика: учеб. пособие. СПб.: ГУАП. 2008. 164 с.

[3] Макаров И.М., Лохин В.М., Манько С.В., Кадочников М.В., Ситников М.С. Использование генетических алгоритмов для автоматического формирования базы знаний интеллектуальной системы управления автономным мобильным роботом // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 6. С. 18-23.

[4] Дивеев А.И., Ломакова Е.М. Метод бинарного генетического программирования для поиска математического выражения // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2017. Т. 18. №1. С. 125-134

[5] Германчук М.С., Лемтюжникова Д.В., Лукьяненко В.А. Метаэвристические алгоритмы для многоагентных задач маршрутизации // Проблемы управления. 2020. №6. С. 3 – 13.

[6] Mühlenbein H. How genetic algorithms really work: I. Mutation and Hillclimbing // Parallel Problem Solving from Nature 2 / ed. by R. Männer, B. Manderick. – Brussels: Elsevier Science Publishers, 1992. P. 15–26.

[7] Рожнов А. В. Элективный подход к обоснованию гибридных моделей анализа среды функционирования при оценке эффективности интеграционных решений в высокотехнологичных отраслях // Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD'2025): Труды 18-й международной конференции. 2025. С. 1146-1150.

[8] Osovsky A., Kutuzov D., Starov D., Bakalaeva R. and Stukach O. Comparison of Machine Learning Methods for IoT and IIoT Traffic Prediction // 2024 International Seminar on Electron Devices Design and Production (SED), Sochi, Russia. 2024. P. 1-6.

Информация об авторе

Диане Секу Абдель Кадер, к.т.н., старший научный сотрудник ИПУ РАН, доцент кафедры проблем управления РТУ МИРЭА, Москва, Россия, e-mail: diane1990@yandex.ru, ORCID: 0000-0002-8690-6422

A hierarchical approach to applying a genetic algorithm in numerical optimization problems.

Sekou A. K. Diane

V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences, Moscow, Russia

***Abstract* – A method for metaheuristic optimization of genetic algorithm settings is proposed, achieved by selecting its metaparameters using an additional genetic algorithm that is external to the main one. The issue of improving the convergence of the genetic algorithm is investigated using a typical example of discrete optimization task: One Max Problem with 16 bit vector. It has been experimentally demonstrated that the pre-tuning significantly increases the speed of finding a solution to a benchmark problem. The prospects for further development and application of the proposed approach are discussed.**

***Keywords* – genetic algorithm, metaheuristic optimization, hierarchical computing, multilevel programming.**

REFERENCES

[1] Goldberg D.E., Holland J. H. Genetic algorithms and machine learning // Machine learning. 1988. Vol. 3. No. 2. P. 95–99

[2] Burakov M.V. Genetic algorithm: theory and practice: textbook. stipend. St. Petersburg: GUAP. 2008. 164 p.

[3] Makarov I.M., Lokhin V.M., Manko S.V., Kadochnikov M.V., Sitnikov M.S. Use of genetic algorithms for automatic formation of base of knowledges of intellectual control system by autonomous mobile robot // Mehatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie. 2008. No. 5. P. 18-23. (In Russ.).

[4] Diveev A.I., Lomakova E.M. Method of binary analytic programming to look for optimal mathematical expression // RUDN Journal of Engineering Research. 2017. Vol. 18. No. 1. P. 125-134.

[5] Germanchuk M.S., Lemtyuzhnikova D.V., Lukyanenko V.A. Metaheuristic algorithms for multi-agent routing problems // Control Problems. 2020. No. 6. P. 3–13.

[6] Mühlenbein H. How genetic algorithms really work: I. Mutation and Hillclimbing // Parallel Problem Solving from Nature 2 / ed. by R. Männer, B. Manderick. – Brussels: Elsevier Science Publishers, 1992. P. 15–26.

[7] Rozhnov A. V. An elective approach to the justification of hybrid models for analyzing the operating environment when assessing the effectiveness of integration solutions in high-tech industries // Management of Large-Scale Systems Development (MLSD'2025): Proceedings of the 18th International Conference. 2025. P. 1146–1150. (In Russ.)

[8] Osovsky A., Kutuzov D., Starov D., Bakalaeva R. and Stukach O. Comparison of Machine Learning Methods for IoT and IIoT Traffic Prediction // 2024 International Seminar on Electron Devices Design and Production (SED), Sochi, Russian Federation. 2024. P. 1-6.

Information about the author

Sekou Abdel Kader Diane, Ph.D. (Eng.), Senior Researcher at the Institute of Control Sciences RAS, Associate Professor at the Department of Problems of Control at RTU MIREA, Moscow, Russia, e-mail: diane1990@yandex.ru, ORCID: 0000-0002-8690-6422