

Управление манипулятором с избыточной кинематикой в сложной среде на основе метода покоординатного спуска

Е.А. Аникина

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, Россия

Аннотация – В статье рассмотрен вопрос управления манипулятором с избыточной кинематикой. Описана кинематическая схема многозвенного робота-манипулятора KUKA iiwa LBR 7 R800. Предложен комплексный алгоритм управления манипуляционным роботом на базе сочетания метода покоординатного спуска с информацией о матрице Якоби манипулятора вблизи препятствий, расположенных в рабочей зоне робота. Приведены результаты экспериментальных исследований с оценкой работоспособности предложенного алгоритма и выводы о возможностях развития данного подхода.

Ключевые слова – автоматизированный склад, виртуальная модель, метод Денавита-Хартенберга, манипуляционный робот, метод покоординатного спуска, избыточная кинематика

1. ВВЕДЕНИЕ

Манипуляционные роботы занимают ключевое место в автоматизации современных складских помещений, оптимизируя рабочий процесс. Для демонстрации функционала таких роботов и отладки их движений используются виртуальные среды моделирования. Причем наряду с визуализацией алгоритмов движения такие среды позволяют проектировать рабочую область манипулятора и проводить комплексную оценку эффективности. Поэтому целью исследования стала разработка виртуальной модели складского робота-манипулятора и совместимого с ним информационно-управляющего алгоритма для перемещения тестового объекта со стеллажа в контейнер.

С середины прошлого века и по настоящее время наблюдается рост потребности в гибких, безопасных и точных роботах для использования в средах со сложной геометрией, таких как производственные линии и склады [1]. Избыточная кинематика манипуляторов, с семью и более степенями свободы, позволяет решать задачи управления в условиях ограничений: обход препятствий в рабочей зоне, избежание самопересечения звеньев робота, оптимизация пути по метрикам времени и ориентации

захватного устройства. На Рис. 1 представлен пример семизвеного манипулятора.

В последние годы активно развиваются методы управления избыточными манипуляторами. В работе [2] предложен итеративный метод решения обратной задачи кинематики (ОЗК) с использованием алгебры кватернионов, обеспечивающий высокую точность ориентации конечного звена, однако, требующий значительных вычислительных ресурсов и не учитывающий динамические препятствия.

В исследовании [3] рассмотрен алгоритм перемещения манипулятора в среде с неизвестными препятствиями на основе метода потенциальных полей; при этом подход не гарантирует сходимости в условиях узких проходов и локальных минимумов. В работах [4] используется вероятностный метод построения маршрута (PRM), адаптированный для мультиагентных систем, но он не оптимизирован для реального времени и требует предварительного этапа эмплирования конфигурационного пространства.

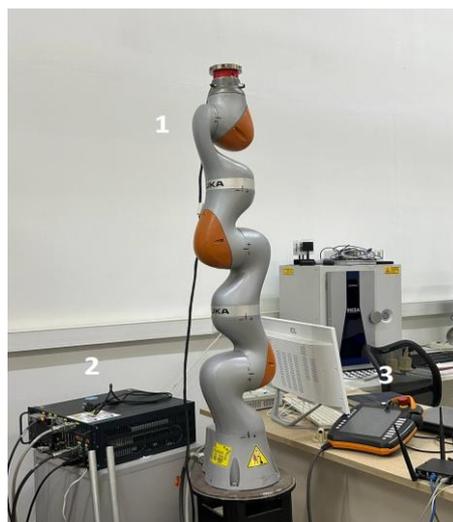


Рис. 1. Манипуляционный робот с избыточной кинематикой: 1 – модель робота KUKA LBR iiwa 7 R800; 2 – блок питания и управления роботом KUKA Sunrise Cabinet; 3 – пульт оператора в составе блока управления

В проведенном исследовании предложен гибридный подход, сочетающий метод покоординатного спуска с использованием информации из матрицы Якоби для задач уклонения от препятствий, что обеспечивает как устойчивость, так и адаптивность в малогабаритных пространствах. Была реализована полная виртуальная модель складской ячейки в среде CoppeliaSim с учётом физического размещения объектов и габаритов робота KUKA LBR iiwa 7 R800. Полученный алгоритм ориентирован на низкие вычислительные затраты, что делает его применимым как в учебных, так и в промышленных сценариях автоматизированных складов.

II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Требуется применить метод Денавита-Хартенберга описания кинематики манипуляционных роботов, методы расчета и визуализации рабочих зон манипуляционных роботов для манипулятора с избыточной кинематикой, на примере робота KUKA LBR iiwa 7 R800. Разработать комплексный алгоритм, сочетающий в себе методы решения обратной задачи кинематики и методы уклонения от препятствий в рабочей зоне манипулятора с использованием матрицы Якоби. Проанализировать возможности применения современных средств виртуального моделирования и визуализации для экспериментальной проверки эффективности алгоритма управления манипуляционным роботом.

Основными задачами данной работы является реализация виртуальной модели манипуляционного робота в среде CoppeliaSim на языке программирования Python.

Для выполнения работы нужно составить кинематическую схему манипуляционного робота, разработать виртуальную модель складской ячейки, разработать виртуальную модель манипуляционного робота, реализовать тестовое перемещение робота.

Требуется решить задачу для робота KUKA LBR iiwa 7 R800 со следующими параметрами:

Длины звеньев (смещения вдоль оси z_{i-1}):
 $d_1 = 0,340$ м, $d_2 = 0$ м, $d_3 = 0,400$ м, $d_4 = 0$ м,
 $d_5 = 0,400$ м, $d_6 = 0$ м, $d_7 = 0,126$ м.

Углы поворота (угол между осями z_{i-1} и z_i):
 $\alpha_1 = -\pi/2$, $\alpha_2 = +\pi/2$, $\alpha_3 = +\pi/2$, $\alpha_4 = -\pi/2$, $\alpha_5 = -\pi/2$,
 $\alpha_6 = +\pi/2$, $\alpha_7 = 0$.

Координаты основания: $P = [0, 0, 0]$.

Координаты основания: $P = [x_d, y_d, z_d] \in R^3$.

Управляющее воздействие формируется на основе покоординатного спуска и коррекции через матрицу Якоби для уклонения от препятствий. Вектор управляющих воздействий на робота в момент времени t определяется по формуле:

$$\Delta q(t) = \begin{cases} \Delta q_{cd}(t), & \text{при отсутствии препятствия,} \\ k_{cd} \Delta q_{cd}(t) + k_{avoid} \Delta q_{avoid}(t), & \text{иначе,} \end{cases} \quad (1)$$

где q_{cd} – шаг коррекции углов суставов, необходимый для минимизации ошибки между текущим и желаемым положением схвата в отсутствие препятствий; q_{avoid} – поправка к углам суставов для уклонения от препятствий; k_{cd} , k_{avoid} – весовые коэффициенты, определяющие вклад каждого сигнала. Однако Δq_{avoid} вычисляется через псевдообратную матрицу Якоби и вектор отталкивания, что подразумевает возможность масштабирования данной величины.

Критерий остановки движения робота заключается в одновременном выполнении условий по позиции и ориентации:

1. $\| p(q) - p(d) \| \leq \varepsilon_{pos}$ – вектор ошибки позиционирования схвата не больше допустимой позиционной ошибки.
2. $\angle (R(q), R_d) \leq \varepsilon_{pos}$ – угол между ориентациями R_1 и R_2 не больше допустимой угловой ошибки.

III. КОМПЛЕКСНЫЙ АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ

Метод Денавита-Хартенберга (ДН-метод) является процедурой параметризации кинематических цепей робота. Он используется для описания положения и ориентации каждого звена манипулятора по отношению к предыдущему [1].

Рассмотрим применение метода для семизвеного робота-манипулятора (Рис. 2), согласно классической схеме, используемой в целом ряде исследований [5-8]. Согласно ДН-методу, каждое звено описывается четырьмя ДН-параметрами (Табл. I):

θ_i – угол вращения вокруг оси z_{i-1} ;

d_i – смещение вдоль оси z_{i-1} ;

a_i – длина звена (смещение вдоль оси x_i);

α_i – угол между осями z_{i-1} и z_i , измеренный вокруг x_i .

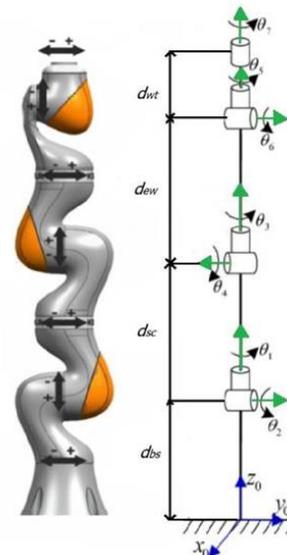


Рис. 2. Кинематическая схема семизвеного робота-манипулятора

Смещение вдоль оси z_{i-1} в Табл. I выражено через d_i , где: d_{bs} – расстояние от основания до плеча, d_{sc} – расстояние от плеча до локтя, d_{ew} – расстояние от локтя до запястья, d_{wt} – расстояние от запястья до конечного звена.

Значения начальных углов скручивания и смещений, приведённые в Табл. I, соответствуют кинематической схеме, представленной на Рис. 2, которая демонстрирует геометрию семизвённого манипулятора KUKA LBR iiwa 7 R800.

ТАБЛИЦА I
ДН-ПАРАМЕТРЫ МАНИПУЛЯЦИОННОГО РОБОТА

Номер звена	Смещение вдоль оси z_{i-1}	Значение смещения, м	Угол между осями (z_{i-1}, z_i)	Начальное значение угла
1	d_{bs}	0.340	θ_1	$-\pi/2$
2	0	0	θ_2	$+\pi/2$
3	d_{sc}	0.400	θ_3	$-\pi/2$
4	0	0	θ_4	$+\pi/2$
5	d_{ew}	0.400	θ_5	$-\pi/2$
6	0	0	θ_6	$+\pi/2$
7	d_{wt}	0.126	θ_7	0

На основе ДН-параметров строятся однородные матрицы преобразования ${}^{i-1}T_i \in R^{4 \times 4}$, а общая матрица перехода от базовой системы координат к системе, связанной с конечным звеном, вычисляется как:

$$T = {}^0T_1 \cdot {}^1T_2 \cdot \dots \cdot {}^6T_7. \quad (2)$$

Метод решения ОЗК в данном исследовании основан на аналитическом подходе с использованием геометрической модели, основанной на структуре плечо-локоть-запястье, и параметров Денавита-Хартенберга. Обратная задача разбивается на определение положения запястья и ориентации инструмента отдельно. Используется виртуальный робот с теми же параметрами, но третий сустав фиксирован в 0, чтобы упростить построение "эталонной плоскости". Строится плоскость "плечо-локоть-запястье", и определяется вектор нормали к этой плоскости. Это позволяет оценить разницу в конфигурации между реальной и виртуальной моделью для определения положения локтя и плеча.

Положение запястья p_w вычисляется как:

$$p_w = p_d - R_d l_{wt}, \quad (3)$$

где $l_{wt} = [0, 0, 0, 126]^T$ – вектор от запястья до конечного звена.

Для вычисления угла в локтевом суставе используется закон косинусов, исходя из длин звеньев

и расстояния от плеча до запястья. ДН-параметры используются для построения матриц преобразования между звеньями робота. Вращения плеча и запястья получаются с помощью линейной комбинации матриц, полученных из нормализованного вектора плечо-запястье. Учет конфигурации (плечо, локоть, запястье) осуществляется с помощью знаковых коэффициентов, позволяя получать несколько возможных решений.

В целях повышения безопасности технологического процесса используется реактивное уклонение от препятствий. Матрица Якоби $J(\theta) \in R^{6 \times 7}$ связывает скорости обобщённых координат θ^* с линейной и угловой скоростями конечного звена x :

$$x^* = J(\theta) \cdot \theta^*. \quad (4)$$

Поскольку рассматриваемый робот имеет семь степеней свободы ($n = 7$), а задача управления требует только шести параметров ($m = 6$) для полного определения положения и ориентации схвата, система является избыточной ($n > m$). Следовательно, существует множество комбинаций углов суставов, которые приводят к одному и тому же положению и ориентации конечного звена. Движение по этим "дополнительным" направлениям, которое не влияет на положение схвата, называется избыточным движением.

Для того чтобы преобразовать произвольный вектор скоростей суставов v в вектор, который лежит строго в нуль-пространстве Якобиана, используется проектор на нуль-пространство. Проектором является матрица $(I - J^+ \cdot J)$, умножение любого вектора скоростей суставов на нее дает вектор, который принадлежит нуль-пространству.

Вблизи препятствий вычисляется направление избыточного движения в нуль-пространстве Якобиана, хранящем изменения в углах суставов, которые не двигают схват:

$$\theta^*_{null} = (I - J^+ \cdot J) \cdot v, \quad (5)$$

где $J \in R^{6 \times 7}$ – матрица Якоби, зависящая от конфигурации манипуляционного робота, J^+ – псевдообратная матрица Якоби, v – вектор, направленный от ближайшего препятствия к конечной точке манипулятора.

Следует отметить, что, несмотря на отсутствие стандартной обратной матрицы для прямоугольной матрицы $J \in R^{6 \times 7}$, псевдообратная матрица Якоби позволяет найти наилучшее приближённое решение уравнения:

$$x^* = J \cdot q^*, \quad (6)$$

где $x^* \in R^6$ – вектор скоростей (3 линейные + 3 угловые), $q^* \in R^7$ – вектор скоростей суставов.

Полученный вклад (5) добавляется к основному решению по обобщённым скоростям движения робота, обеспечивая безопасный обход препятствий без существенного нарушения основной траектории.

При решении задачи уклонения от препятствий используется псевдообратная матрица Якоби, вычисляемая по формуле:

$$J^+ = J^T \cdot (J \cdot J^T)^{-1}. \quad (7)$$

Поскольку для 7-звенного манипулятора выполняется условие $m < n$, $m = 6$ и $n = 7$.

После вычисления J^+ , поправка к углам сочленений определяются по формуле:

$$\Delta q = J^+ \cdot v, \quad (8)$$

где: $v = (x_d - x)$, v – вектор, направленный от ближайшего препятствия, x_d – целевая позиция и ориентация, x – текущая позиция и ориентация.

Таким образом, подобранный метод основан на аналитической геометрии и линейной алгебре с поддержкой ДН-параметров, взятых из технической документации робота KUKA LBR iiwa 7 R800 (таблица 1), и декомпозиции движения на подзадачи. Это даёт устойчивое и точное решение обратной задачи кинематики для 7-звенного манипулятора KUKA LBR iiwa 7 R800.

IV. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Для проверки эффективности разработанной виртуальной модели и алгоритмов управления манипулятором с избыточной кинематикой в сложной среде на основе метода покоординатного спуска было разработано тестовое программное обеспечение на языке Python в среде CoppeliaSim.

В рамках проведения эксперимента была создана сцена складского помещения в среде моделирования CoppeliaSim EDU и реализовано тестовое перемещение виртуальной модели робота KUKA LBR iiwa 7 R800. Этапы движения представлены на Рис. 3 (а – г).

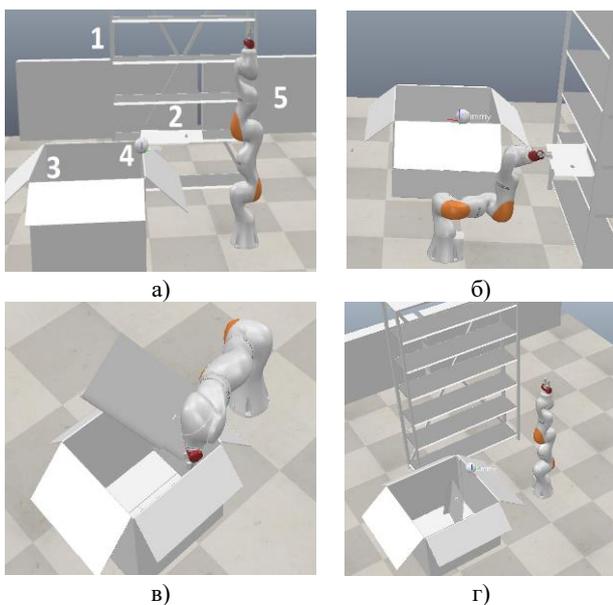


Рис. 3. Этапы движения робота: а) исходное положение, б) захват объекта, в) опускание объекта в целевую точку, г) возвращение в исходную точку

Со стеллажа (позиция 1) захватывался и перемещался малогабаритный груз (позиция 2). Причем пространство для передвижения манипулятора было ограничено стенками коробки (позиция 3), и, дополнительно, точечным виртуальным препятствием (позиция 4) на краю коробки. Как видно из рисунка, манипуляционный робот (позиция 5) успешно справился с поставленной задачей.

На Рис. 4 визуализирована траектория перемещения робота по точкам, где 1 – исходная позиция, 2 – позиция над объектом, 3 – точка захвата, 4 – подъём после захвата, 5 – над целевой позицией, 6 – целевая позиция, 7 – отвод после размещения, 8 –возврат к исходной.

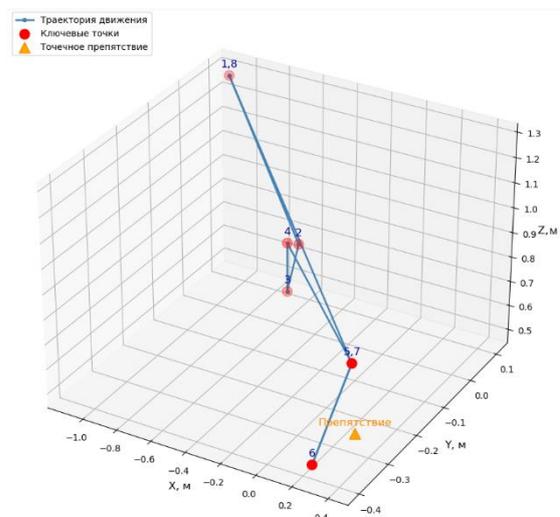


Рис. 4. Траектория движения робота по точкам

V. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

При тестовых запусках были выявлены и решены различные проблемы управления. Одной из них является решение обратной задачи кинематики, поскольку в условиях небольшого складского помещения робот должен выполнять перемещение без опасности для соседствующих объектов и людей. Также было необходимо учесть координаты расположения объектов и робота на сцене.

Матрица Якоби обеспечивает безопасное уклонение от препятствия. Она связывает скорости суставов с линейной и угловой скоростями конечного звена, согласно (4). Когда расстояние от схвата до точечного препятствия становится меньше заданного порога, вычисляется вектор отталкивания, направленный от препятствия к схвату. Этот вектор проецируется в пространство суставных скоростей. Это обеспечивает реактивное уклонение от препятствия, что важно в условиях ограниченного складского пространства.

VI. ВЫВОДЫ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Манипулятор с избыточной кинематикой отлично подходит для работы с малогабаритными грузами в условиях небольшого складского помещения. Он более безопасен в эксплуатации, так как есть возможность уклонения от препятствий через промежуточные точки.

Метод покоординатного спуска доказал свою эффективность как практичный инструмент для решения обратной задачи кинематики на верхнем уровне системы управления манипуляционным роботом. Матрица Якоби позволила использовать избыточность манипулятора для реактивного уклонения от препятствий на исполнительном уровне системы управления. Размерность матрицы Якоби для 7-звенного робота составляет 6×7 , её нуль-пространство нетривиально и предоставляет дополнительные степени свободы, не влияющие на положение конечного звена.

Для дальнейших исследований можно рассмотреть вариант повышения точности через расширение метода на оптимизацию ориентации конечного звена, внедрение адаптивного размера шага поиска целевых обобщенных координат в зависимости от ошибки. Значительный интерес представляет вопрос оснащения манипуляционного робота захватным устройством и учета геометрии звеньев и захвата робота при планировании траектории его движения [9].

Весьма вероятно, что полученный в рамках данного исследования теоретический задел позволит перенести алгоритм из симуляции на физическую модель робота KUKA LBR iiwa 7 R800 с использованием ROS.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена в рамках технологической практики, предусмотренной учебным планом, а также в рамках инициативной НИР № 198-ИИИ «Модели и алгоритмы управления манипуляционными роботами в условиях неопределенности внешней среды» под руководством доцента кафедры проблем управления РТУ МИРЭА Диане С.А.К.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Фу К., Гонсалес Р., Ли К. Робототехника. М.: Мир, С. 621, 1989
- [2] Р. Н. Яковлев, “Метод итеративного решения ОЗК с использованием алгебры кватернионов,” *Известия ТулГУ. Технические науки*, № 10, С. 419–429, 2019
- [3] Лопатин П. К. Алгоритм перемещения манипуляционного робота в среде с неизвестными препятствиями // *Известия Южного федерального университета. Технические науки*, № 3 (116), С. 30–35, 2011
- [4] Zhi Y., Jouandeau N., Arab A. C. ACS-PRM: Adaptive Cross Sampling Based Probabilistic Roadmap for Multi-robot Motion Planning // *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Vol. 17, no. 1, P. 1–15, 2020
- [5] Neuebot. *KUKA IIWA Inverse Kinematics (kuka_iiwa_ik)* [Электронный ресурс] // GitHub. – URL: https://github.com/neuebot/kuka_iiwa_ik (дата обращения: 05.09.2025)

- [6] KUKA AG. *LBR iiwa 7 R800* [Электронный ресурс] // Официальный сайт KUKA Deutschland. – URL: <https://www.kuka.com/ru-ru/products/robot-systems/industrial-robots/lbr-iiwa> (дата обращения: 05.09.2025)
- [7] Motion-Planning-for-KUKA-LBR [Электронный ресурс] // GitHub. – URL: <https://github.com/USERNAME/Motion-Planning-for-KUKA-LBR> (дата обращения: 05.04.2025)
- [8] I. Zaplana, L. Basañez, “Analytical Inverse Kinematics for 7-DOF Redundant Manipulators with Joint Limits and Obstacle Avoidance,” *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 106, P. 93–104, 2018
- [9] С.А.К. Диане, Е.А. Аникина, “Управление складским манипуляционным роботом с применением технологии ассоциативной памяти,” *Системная инженерия и инфокоммуникации*, №1, С. 5–10, 2025

Информация об авторах

Аникина Екатерина Александровна, бакалавр РТУ МИРЭА, katerina.anikina.04@mail.ru

Control of a manipulator with redundant kinematics in a complex environment based on coordinate descent method

E.A. Anikina

MIREA–Russian Technological University, Moscow, Russia

Abstract – The article examines the control of a manipulator with redundant kinematics. The kinematic diagram of the KUKA iiwa LBR 7 R800 multi-link robotic manipulator is described. A complex algorithm for control of the manipulation robot is proposed, combining the coordinate descent method with information about the manipulator's Jacobian matrix near environmental obstacles. The results of experimental studies are presented, assessing the performance of the proposed algorithm, and conclusions are drawn regarding the potential for further development of this approach.

Keywords – automated warehouse, virtual model, Denavit-Hartenberg method, robotic manipulator, coordinate descent method, kinematics.

References

- [1] Fu K., Gonzalez R., Lee C. *Robotics*. Moscow: Mir, 621 p, 1989
- [2] Yakovlev R. N. Method of iterative solution of inverse kinematics problem using quaternion algebra. *Izvestiya TulGU. Technical Sciences*, No. 10, P. 419–429, 2019
- [3] Lopatin P. K. Algorithm for moving a manipulator robot in an environment with unknown obstacles. *Izvestiya Yuzhnogo federal'nogo universiteta. Tekhnicheskie nauki*, No. 3 (116), P. 30–35, 2011
- [4] Zhi Y., Jouandeau N., Arab A. C. ACS-PRM: Adaptive Cross Sampling Based Probabilistic Roadmap for Multi-robot Motion Planning. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Vol. 17, no. 1, P. 1–15, 2020
- [5] Neuebot. *KUKA IIWA Inverse Kinematics (kuka_iiwa_ik)* [Electronic resource]. GitHub. URL: https://github.com/neuebot/kuka_iiwa_ik (accessed: 05.09.2025)
- [6] KUKA AG. *LBR iiwa 7 R800* [Electronic resource]. Official website of KUKA Deutschland. URL: <https://www.kuka.com/ru-ru>

[ru/products/robot-systems/industrial-robots/lbr-iiwa](https://github.com/USERNAME/Motion-Planning-for-KUKA-LBR) (accessed: 05.09.2025)

- [7] Motion-Planning-for-KUKA-LBR [Electronic resource]. GitHub. URL: <https://github.com/USERNAME/Motion-Planning-for-KUKA-LBR> (accessed: 05.04.2025)
- [8] Zaplana I., Basañez L. Analytical Inverse Kinematics for 7-DOF Redundant Manipulators with Joint Limits and Obstacle Avoidance. *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 106, P. 93–104, 2018
- [9] S.A.K. Diane, E.A. Anikina, “Control of a warehouse manipulation robot using associative memory technology,” *System Engineering and Infocommunications*, No. 1, pp. 5-10, 2025.

Information about the authors

Anikina Ekaterina Alexandrovna, Bachelor of Science at RTU MIREA, katerina.anikina.04@mail.ru